ΠΙΝΑΚΕΣ (ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1. Με χρήση της μεθόδου απαλοιφής κατά Gauss, να γίνει επίλυση του συστήματος:

$$x + y - z = 1$$

$$-3x + 2y + z = 2$$

$$-x + y + 4z = 0$$

ΛΥΣΗ:

Παίρνουμε τον επαυξημένο πίνακα του συστήματος:

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Το στοιχείο της $1^{ης}$ στήλης με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή είναι το -3, που βρίσκεται στη $2^{η}$ σειρά. Αλλάζουμε τα στοιχεία της $2^{ης}$ σειράς με αυτά της $1^{ης}$.

$$A' = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Για να εμφανιστεί η τιμή μηδέν στο $1^{ο}$ στοιχείο της $2^{ης}$ σειράς, πολλαπλασιάζουμε τα στοιχεία της $1^{ης}$ σειράς επί (1/3) και τα προσθέτουμε στη δεύτερη. Προκύπτει ο πίνακας:

$$A' = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 5/3 & -2/3 & 5/3 \\ -1 & 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Για να εμφανιστεί η τιμή μηδέν στη θέση του $1^{ου}$ στοιχείου της $3^{ης}$ σειράς, πολλαπλασιάζουμε τα στοιχεία της $1^{ης}$ σειράς επί (-1/3) και τα προσθέτουμε στην τρίτη.

$$A' = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 5/3 & -2/3 & 5/3 \\ 0 & 1/3 & 11/3 & -2/3 \end{bmatrix}$$

Για να εμφανιστεί η τιμή μηδέν στη θέση του $2^{ου}$ στοιχείου της $3^{ης}$ σειράς, πολλαπλασιάζουμε τα στοιχεία της $2^{ης}$ σειράς επί (-1/5) και τα προσθέτουμε στην $3^{η}$ σειρά.

$$A' = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 5/3 & -2/3 & 5/3 \\ 0 & 0 & 57/15 & -1 \end{bmatrix}$$

<u>Γράφουμε το νέο τελικό σύστημα και λύνουμε πρώτα την τελευταία εξίσωση που έχει άγνωστο μόνο το z:</u>

$$-3x + 2y + z = 2$$

$$\frac{5}{3}y - \frac{2}{3}z = \frac{5}{3}$$

$$\frac{57}{15}z = -1 \Rightarrow z = -\frac{15}{57}$$

$$\frac{5}{3}y - \frac{2}{3}\left(\frac{-15}{57}\right) = \frac{5}{3} \Rightarrow y = \frac{51}{57}$$

$$-3x + 2\left(\frac{51}{57}\right) - \left(\frac{15}{57}\right) = 2 \Rightarrow x = \left(-\frac{9}{57}\right)$$

<u>Λύση του συστήματος:</u>

$$\boxed{(x, y, z) = \left(\frac{-9}{57}, \frac{51}{57}, \frac{-15}{57}\right)}$$