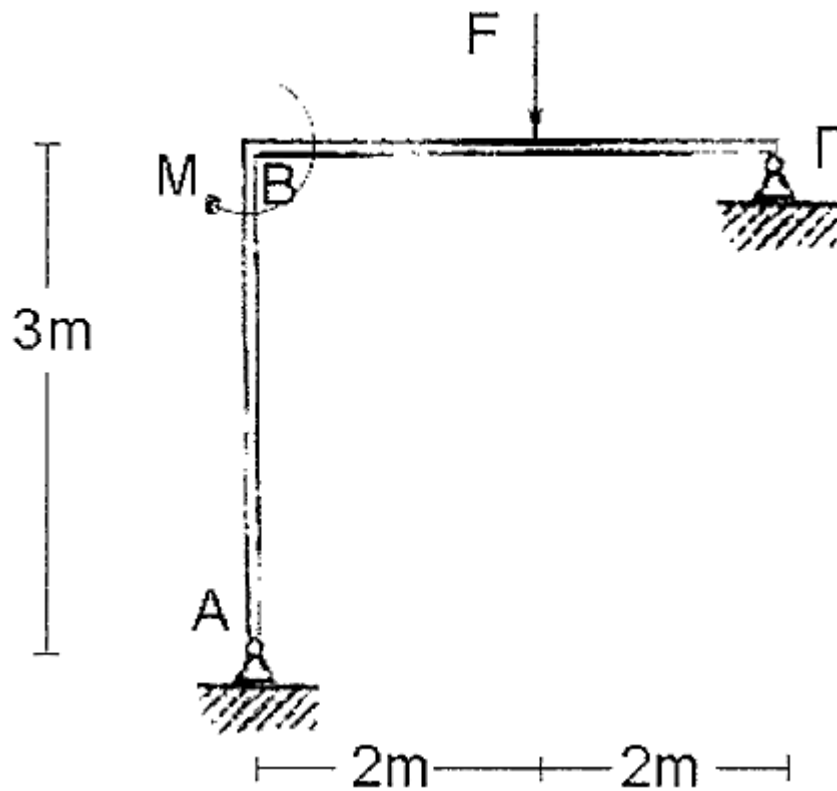


ΑΣΚΗΣΗ

Να επιλυθεί ο φορέας του σχήματος και να προσδιοριστεί η στροφή της διατομής στο Β, χρησιμοποιώντας μόνο ενεργειακή μέθοδο. Να ληφθούν υπόψη μόνο έργα από ροπές κάμψης.

Δίνονται: $F = 100\text{kN}$, $M_0 = 200\text{kN/m}$, $EI = 5\text{MNm}^2$



ΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΗΣ

α) Υπολογισμός αντιδράσεων στήριξης

Εξ. Ισορροπίας: $\{H_A = H_\Gamma\}$ (1)

$$\{V_A + V_\Gamma = (100)\}$$
 (2)

$$(200) + (100 \times 2) - V_\Gamma \times (4) + H_\Gamma \times (3) = 0 \Rightarrow \{4V_\Gamma - 3H_\Gamma = (400)\}$$
 (3)

Εκφράζω όλα τα έργα συναρτήσει της V_Γ , συνεπώς ισχύει:

$$V_A = 100 - V_\Gamma$$

$$H_\Gamma = \frac{4}{3}V_\Gamma - \left(\frac{400}{3}\right) = H_A$$

- Τμήμα AB ($0 \leq x \leq 3\text{m}$)

$$M(x) \frac{\partial M(x)}{\partial V_\Gamma} = \left(\frac{16}{9}\right)V_\Gamma(x)^2 - \left(\frac{1600}{9}\right)x^2$$

- Τμήμα ΓΚ ($0 \leq x \leq 2\text{m}$)

$$\left. \begin{aligned} M(x) &= V_\Gamma(x) \\ \frac{\partial M(x)}{\partial V_\Gamma} &= (x) \end{aligned} \right\} \Rightarrow M(x) \frac{\partial M(x)}{\partial V_\Gamma} = V_\Gamma(x)^2$$

- Τμήμα ΚΒ ($2\text{m} \leq x \leq 4\text{m}$)

$$M(x) \frac{\partial M(x)}{\partial V_\Gamma} = V_\Gamma(x)^2 - 100(x^2 - 2x)$$

Εξ. Castigliano

$$\delta_{\kappa\alpha\tau(\Gamma)} = 0 = \sum \left(\int_L M(x) \frac{\partial M(x)}{\partial V_\Gamma} dx \right) \Rightarrow 0 = 16V_\Gamma - (1600) + \frac{8V_\Gamma}{3} + \frac{856}{3} - (1866,67) + (1200) \Rightarrow$$

$$V_\Gamma = (60,71) \text{ kN}$$

$$V_A = (39,29) \text{ kN}$$

$$H_A = H_\Gamma = -(52,38) \text{ kN}$$

β) Υπολογισμός στροφής στον κόμβο Β

Την τιμή και τη φορά της V_Γ που υπολόγισα από το πρώτο ερώτημα την τοποθετώ ως εξωτερικό φορτίο και έχω ένα ισοστατικό φορέα (άρθρωση στο Α, κύλιση στο Γ). Εκφράζω όλα τα έργα ροπών κάμψης συναρτήσει της M_0 (εντατικό μέγεθος που αντιστοιχεί στη στρόφη) στον κόμβο Β, και στην εξίσωση Castigliano θέτω: $M_0 = (200)$.

Προκύπτει:

$$\varphi_B \cong (0,00039) \text{ rad}$$

(ομόφορη με την M_0)