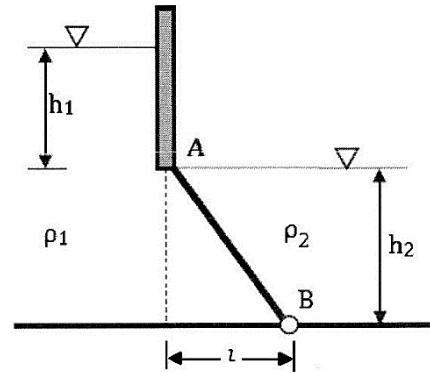
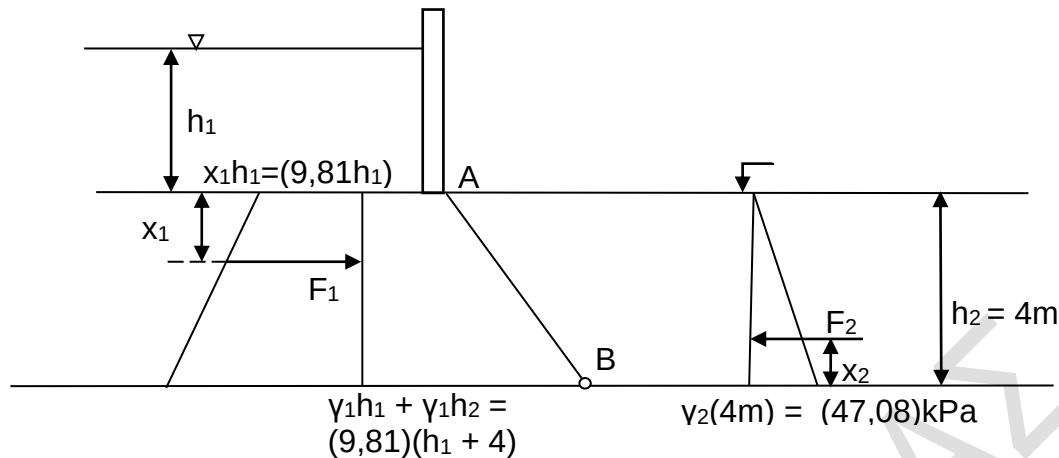


Το θυρόφραγμα AB πλάτους 1,50m και βάρους W στηρίζεται με άρθρωση στο σημείο B και ακουμπά στο σημείο A, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στα αριστερά του AB υπάρχει υγρό πυκνότητας ρ_1 και στα δεξιά υγρό πυκνότητας ρ_2 . Να υπολογίσετε το βάθος νερού h_1 ώστε η ευστάθεια του θυροφράγματος να είναι οριακή.

Δεδομένα: $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 1200 \text{ kg/m}^3$, $h_2 = 4\text{m}$, $l = 3\text{m}$, $W = 13 \text{ kN}$.



ΛΥΣΗ



Οριζόντιες συνιστώσες

$$F_1 = \left[\frac{2(9,81h_1) + (9,81)(4)}{2} \right] (4m)(1,5m) \Rightarrow F_1 = (117,72) + (58,86h_1)$$

$$\mu_1 = 4m - (x_1) \Rightarrow \mu_1 = (4m) - \left(\frac{4}{3} \right) \left[\frac{2(9,81)(h_1 + 4) + (9,81h_1)}{(9,81)(h_1 + 4) + (9,81h_1)} \right] \Rightarrow$$

μοχλοβραχίονας

από την άρθρωση B

$$\Rightarrow \mu_1 = (4m) - \left(\frac{4}{3} \right) \left[\frac{(29,43)h_1 + (78,48)}{(19,62) + (39,24)} \right]$$

$$F_2 = \frac{1}{2} (4m)(47,08) \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} (1,5m) \Rightarrow F_2 = (141,24) \text{kN}$$

$$\mu_2 = x_2 = \frac{h_2}{3} \Rightarrow \mu_2 = (1,33)m$$

Κατακόρυφες συνιστώσες

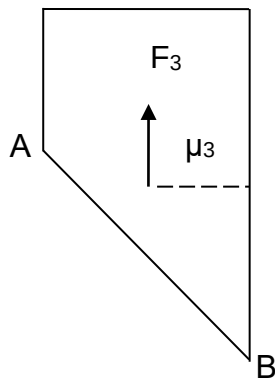
Για να δημιουργήσουμε τις κατακόρυφες συνιστώσες, ακολουθούμε την εξής μεθοδολογία:

- 1) Εργαζόμαστε σε κάθε δεξαμενή ξεχωριστά, και δημιουργούμε ένα νοητό πρίσμα το οποίο περιέχει το υγρό (ή τα υγρά) της κάθε δεξαμενής.
- 2) Για να δημιουργήσουμε αυτό το πρίσμα δημιουργούμε τέσσερις ευθείες ως σύνορα με τον εξής τρόπο:

Η μια ευθεία είναι το τμήμα του θυροφράγματος που είναι βυθισμένο εντός της δεξαμενής, οι άλλες δύο είναι οι κατακόρυφες που φέρνουμε από τα άκρα του τμήματος και η τέταρτη είναι η ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής.

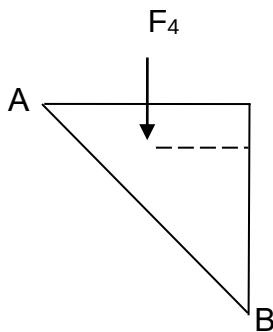
- 3) Για κάθε τέτοιο πρίσμα, υπολογίζουμε το μέτρο της αντίστοιχης δύναμης ως γινόμενο: (Ειδικό βάρος) x (Όγκος) = ($\gamma \times V$), και η φορά της προκύπτει ως εξής: Φέρνουμε τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο τμήμα του θυροφράγματος (κάθετη σε αυτό και με φορά από το υγρό προς το στόμα),

και η αντίστοιχη κατακόρυφη συνιστώσα είναι η δύναμη που αναζητούμε.



$$F_3 = (\gamma_1) \frac{(2h_1 + 4)}{2} (\ell)(1,5) \Rightarrow F_3 = (22,073)(2h_1 + 4)$$

$$\mu_3 = (\ell) - \left(\frac{\ell}{3}\right) \left[\frac{2(4m) + h_1}{4m + h_1} \right] \Rightarrow \mu_3 = (3m) - (1) \left[\frac{8 + h_1}{4 + h_1} \right]$$



$$F_4 = \frac{1}{2} (4m)(3m)(1,5m)(\gamma_2) \Rightarrow F_4 = (105,94) \text{ kN}$$

$$\mu_4 = \frac{\ell}{3} = 1 \text{ m}$$

Εξίσωση Οριακής ισορροπίας

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow (F_1 \mu_1) - (F_2 \mu_2) - (W) \left(\frac{\ell}{2} \right) + (F_3 \mu_3) - (F_4 \mu_4) = 0$$

Επίλυση
 $\Rightarrow$
εξίσωσης

$$\Rightarrow \boxed{h_1 \cong (0,39) \text{ m}}$$

Η εξίσωση επιλύεται είτε αριθμητικά με διαδοχικές δοκιμές, είτε με χρήση κομπιούτερ.

Παρατηρήσεις

1) Αν καθ' ύψος του δημιουργούμενου πρίσματος έχουμε διαφορετικά υγρά, τότε έχουμε και διαφορετικές δυνάμεις. Επομένως, χωρίζουμε εκ νέου το πρίσμα και υπολογίζουμε ξεχωριστά την κάθε δύναμη.

2) Στην εξίσωση οριακής ισορροπίας, πλην των δυνάμεων από υδροστατικές πιέσεις, συμμετέχει και το βάρος του θυροφράγματος εκτός αν στην εκφώνηση θεωρείται αμελητέο. Στην περίπτωση που το θυροφράγμα είναι κλειστό και εμπεριέχει στο εσωτερικό του κάποιο υγρό, διαφορετικό από αυτό των δεξαμενών, τότε το βάρος του θυροφράγματος ισούται με: $W = (\gamma_{\text{υγρού}})(V_{\text{θυροφράγματος}})$

3) Σε περίπτωση που η ανατροπή του θυροφράγματος δεν είναι δεδομένη, αλλά ζητείται να την ελέγξουμε, τότε ακολουθούμε την εξής διαδικασία: Υπολογίζουμε όλες τις ροπές (τόσο των δυνάμεων από υδροστατικές πιέσεις όσο και του βάρους του θυροφράγματος), και τις κατηγοριοποιούμε σε ροπές ευστάθειας και ανατροπής, με κριτήριο τη φορά ανατροπής που θα καθορίζεται στην εκφώνηση. Αν $(\Sigma M)_{\text{ανατροπής}} > (\Sigma M)_{\text{ευστάθειας}} \Rightarrow$ το θυροφράγμα ανατρέπεται.