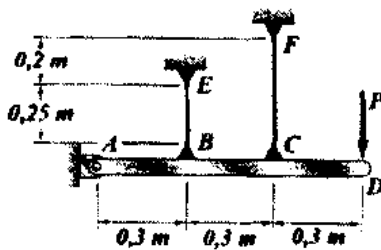
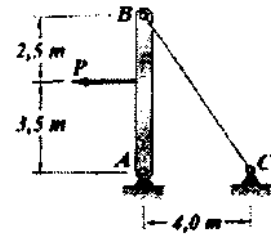


«Μηχανική II – Παραμορφώσιμο Στερεό», 2^ο ΕξάμηνοΓραπτή Εξέταση (Κανονική)

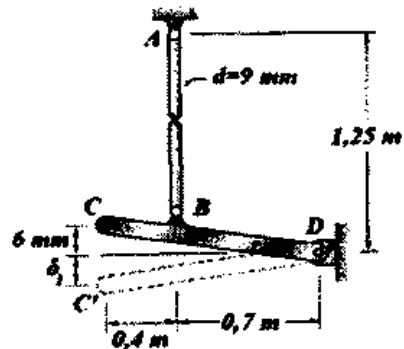
1. (1,7 μον.) Καλώδιο BC διαμέτρου $d = 4 \text{ mm}$ από χάλυβα έχει μέτρο ελαστικότητας $E = 200 \text{ GPa}$. Η μέγιστη ορθή τάση που επιτρέπεται να αναπτυχθεί στο καλώδιο είναι $\sigma_{\max} = 190 \text{ MPa}$ και η μέγιστη επιτρεπόμενη επιμήκυνση του καλωδίου είναι $\Delta l_{\max} = 6 \text{ mm}$. Πόση είναι η μέγιστη δύναμη P που μπορεί να εφαρμοστεί στην άκαμπτη ράβδο AB, όπως φαίνεται στο σχήμα;



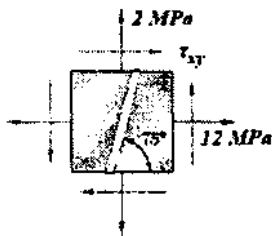
2. (1,7 μον.) Άκαμπτη ράβδος AD στηρίζεται με άρθρωση στο A και αναρτάται μέσω χαλύβδινων καλωδίων EB, FC, αμφότερα διαμέτρου $d = 1,5 \text{ mm}$ και μέτρου ελαστικότητας $E = 200 \text{ GPa}$. Αν στο D εφαρμοστεί δύναμη $P = 900 \text{ N}$, να ευρεθούν:

α) η αναπτυσσόμενη αξονική δύναμη σε κάθε καλώδιο και β) η υποχώρηση του σημείου D.

3. (1,7 μον.) Ράβδος AB από χάλυβα, κυκλικής διατομής, με διάμετρο $d = 9 \text{ mm}$ έχει ελαστική-τελείως πλαστική συμπεριφορά με μέτρο ελαστικότητας $E = 200 \text{ GPa}$ και τάση διαρροής $\sigma_y = 345 \text{ MPa}$. Μετά την συναρμολόγηση του συστήματος του σχήματος η άκαμπτη δοκός CD βρέθηκε να έχει κλίση τέτοια ώστε το άκρο C βρίσκεται 6 mm πάνω από την οριζόντια θέση. Για να αποκατασταθεί το σφάλμα ασκείται κατακόρυφη δύναμη Q , στο

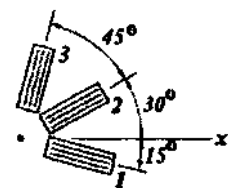


άκρο C, μέχρι αυτό να κατέβει σε κάποια θέση C' , κατά δ_1 πιο κάτω από την οριζόντια θέση, έτσι ώστε μετά την αφαίρεση της Q (αποφόρτιση) η δοκός CD να καταλήξει σε οριζόντια θέση. Να υπολογιστεί το απαιτούμενο μέτρο της Q και το δ_1 .



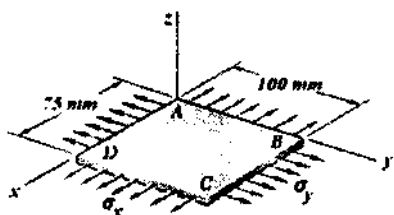
4. (1 μον.) Για την επίπεδη ένταση του σχήματος: α) να υπολογιστεί η τιμή της διατμητικής τάσης τ_{xy} , για την οποία η διατμητική τάση η παράλληλη προς την συγκόλληση να είναι μηδέν, και β) στην περίπτωση αυτή

να υπολογιστούν οι κύριες τάσεις σ_1 και σ_2 και οι διευθύνσεις τους (αναλυτικά ή γραφικά). Να γίνει σκαρίφημα των συστημάτων Oxy και O12.



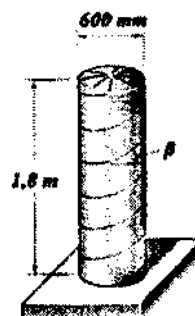
5. (1,2 μον.) Με το σύστημα ηλεκτρομηκυνσιομέτρων του σχήματος ελήφθησαν οι εξής μετρήσεις: $\epsilon_1 = 4,8 \times 10^{-4}$, $\epsilon_2 =$

$-1,2 \times 10^{-4}$, $\varepsilon_3 = 0,8 \times 10^{-4}$. Να ευρεθούν: **α)** ο τανυστής $[E]$ ανηγμένων παραμορφώσεων της επίπεδης αυτής έντασης στο σύστημα Oxy , **β)** οι κύριες ανηγμένες παραμορφώσεις ε_1 , ε_2 και οι διευθύνσεις τους (αναλυτικά ή γραφικά). Να γίνει σκαρίφημα των συστημάτων Oxy και $O12$.

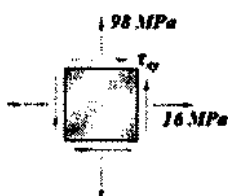


6. (1,4 μον.) Για την επίπεδη ένταση του σχήματος με $\sigma_x = 160$ MPa και $\sigma_y = 120$ MPa, δίνεται το μέτρο ελαστικότητας $E = 87$ GPa και ο λόγος Poisson $\nu = 0,34$ του υλικού. Να υπολογιστούν: **α)** η μεταβολή του μήκους της διαγώνιου AC και **β)** η μεταβολή της γωνίας DAC.

7. (0,8 μον.) Κυλινδρικός λέβητας είναι κατασκευασμένος από μεταλλικά φύλλα πάχους $t = 8$ mm συγκολλημένα κατά μήκος έλικας σε γωνία $\beta = 30^\circ$ με την οριζόντια. Αν η επιτρεπόμενη ορθή τάση κάθετα στην συγκόλληση είναι $\sigma_{\pi\pi} = 75$ MPa,

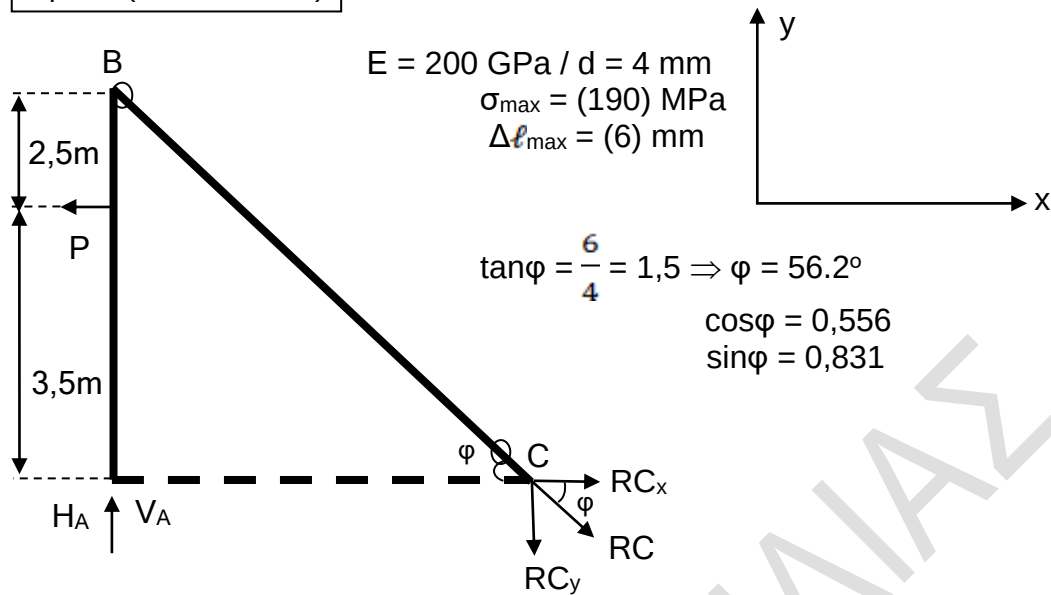


υπολογίστε τη μέγιστη επιτρεπόμενη εσωτερική πίεση $p_{\max}$ του λέβητα.



8. (0,5 μον.) Η επίπεδη ένταση του σχήματος αναπτύσσεται σε στοιχείο μηχανής από υλικό με τάση διαρροής $\sigma_y = 210$ MPa. Με χρήση του κριτηρίου διαρροής ν . Mises να ευρεθεί αν το υλικό διαρρέει όταν: **α)** $\tau_{xy} = 42$ MPa, **β)** $\tau_{xy} = 84$ MPa, και **γ)** $\tau_{xy} = 98$ MPa. Εάν το υλικό δεν διαρρέει βρείτε τον αντίστοιχο συντελεστή ασφαλείας.

Θέμα 1^ο (18 – 6 – 2019)



$$\left\{ \sigma_{BC} = \frac{RC}{A} \right\} \quad (1)$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{(3,14)}{4} (6 \times 10^{-3})^2 \text{ m}^2 \Rightarrow A = (1,69 \times 10^{-4})^2 \text{ m}^2$$

Στερεοστατικές εξισώσεις ισορροπίας:

$$\Sigma \vec{F}_x^{(+)} = 0 \Rightarrow H_A = P$$

$$\Sigma \vec{F}_y^{(+)} = 0 \Rightarrow V_A = R_{Cy} \Rightarrow V_A = RC(0,831)$$

$$\Sigma \vec{M}_A^{(+)} = 0 \Rightarrow R_{Cy}(4) = P(3,5) \Rightarrow RC(0,831)(4) = P(3,5)$$

$$\Rightarrow RC = (1,052P)$$

$$V_A = (0,875P)$$

$$\sigma_{\max} = (190 \times 10^5) \text{ kPa} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} RC_{\max(1)} = (190 \times 10^3) \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \times (1,69 \times 10^{-4}) \text{ m}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow RC_{\max(1)} = (32.11) \text{ kN}$$

Νόμος Hooke για τη ράβδο RC:

$$\sigma = (E) \frac{(\Delta \ell)}{\ell} \Rightarrow \Delta \ell = \frac{\sigma \ell}{(E)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \Delta \ell &= \frac{RC \ell}{EA} \\ \Delta \ell_{\max} &= 6 \times 10^{-3} \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow RC_{\max(2)} = \frac{(6 \times 10^{-3})(200 \times 10^6)(1,69 \times 10^{-4})}{\sqrt{(4)^2 + (6)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow RC_{\max(2)} = (28.123) \text{ kN}$$

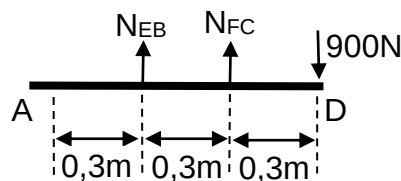
Όμως, ισχύει από εξισώσεις ισορροπίας:

$$RC = (1,052)P \Rightarrow P_{\max} = 26,73 \text{ kN}$$

Θέμα 2^ο (18 – 6 – 2019)

$$\alpha) E = (200 \times 10^6) \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$A_{EB} = A_{FC} = \frac{(3,14)}{4} (1,5 \times 10^{-3})^2 \Rightarrow A_{EB} = A_{FC} = (3,375 \times 10^{-6}) \text{ m}^2$$



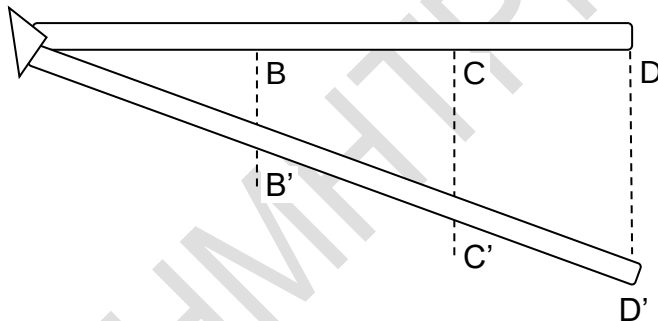
Η ράβδος AD είναι 1 φορά υπερστατικός φορέας.

$$\sum \vec{M}_A^{(+)} = 0 \Rightarrow (900 \times 0,9) - N_{EB}(0,3) - N_{FC}(0,6) = 0$$

$$\Rightarrow (810) = N_{EB}(0,3) + N_{FC}(0,6) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_{FC} + (0,5N_{EB}) = (1350) \text{ N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{N_{FC} + (0,5N_{EB}) = (1,35) \text{ kN}\} (1)$$



Τα τρίγωνα $\triangle ABB'$ και $\triangle ACC'$ είναι όμοια. Επομένως, ισχύει:

$$\frac{(BB')}{(CC')} = \frac{(AB)}{(AC)} \Rightarrow \frac{\Delta \ell_{EB}}{\Delta \ell_{FC}} = \frac{(0,3)}{(0,6)} \Rightarrow \{\Delta \ell_{EB} = (0,5)\Delta \ell_{FC}\} (2)$$

$$\rightarrow \text{Νόμος Hooke για ράβδο EB: } \frac{N_{EB}}{A} = (E) \frac{\Delta \ell_{EB}}{\ell_{EB}} \Rightarrow \Delta \ell_{EB} = \frac{(N_{EB})(0,25)}{(EA)}$$

$$\rightarrow \text{Νόμος Hooke για ράβδο FC: } \Delta \ell_{FC} = \frac{(N_{FC})(0,45)}{(EA)}$$

$$\text{Αντικαθιστώ στη (2)} \Rightarrow \frac{(0,25)(N_{EB})}{(EA)} = \frac{(N_{FC})}{(EA)} (0,225) \Rightarrow N_{EB} = (0,45)N_{FC} \Rightarrow$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} N_{FC} + (0,225)N_{FC} = (1,35) \Rightarrow N_{FC} = (1,102) \text{ kN} / N_{FC} = (2,448) \text{ kN}$$

$$\beta) \frac{(DD')}{(0,9)} = \frac{(BB')}{(0,3)} \Rightarrow (DD') = 3(BB')$$

$$(BB') = \Delta \ell_{EB} = \frac{(1,102) \text{ kN} (0,25 \text{ m})}{(200 \times 10^6) \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \times (3,375 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} \Rightarrow (BB') = \Delta \ell_{EB} = (0,0004 \text{ m})$$

$$\Rightarrow (DD') = (0,00122 \text{ m}).$$

Θέμα 5° (18 – 6 – 2019)

$$\alpha) \varepsilon_1 = (4,8 \times 10^{-4}) \rightarrow \varphi_1 = -15^\circ$$

$$\varepsilon_2 = -1,2 \times 10^{-4} \rightarrow \varphi_2 = 30^\circ$$

$$\varepsilon_3 = 0,8 \times 10^{-4} \rightarrow \varphi_3 = 75^\circ$$

$$\varepsilon_{xx}' = \left(\frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \right) + \left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \right) \cos(2\varphi_1) + (\varepsilon_{xy}) \sin(2\varphi_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (4,8 \times 10^{-4}) = \left(\frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \right) + \left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \right) (0,866) - (\varepsilon_{xy})(0,5)$$

$$\kappa' (-1,2 \times 10^{-4}) = \left(\frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \right) + \left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \right) (0,5) - (\varepsilon_{xy})(0,866)$$

$$\kappa' (0,8 \times 10^{-4}) = \left(\frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \right) - \left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \right) (0,866) + (\varepsilon_{xy})(0,5)$$

Επίλυση συστήματος 3 εξισώσεων με 3 αγνώστους και προκύπτει:

$$\varepsilon_{xy} = (1,866)\varepsilon_{xx} - (0,139)\varepsilon_{yy} - (0,00096)$$

Αντικαθιστούμε στις άλλες 2 εξισώσεις:

$$(-1,2 \times 10^{-4}) = (0,5)\varepsilon_{xx} + (0,5)\varepsilon_{yy} + (0,25)\varepsilon_{xx} - (0,5)\varepsilon_{yy} - (0,75)\varepsilon_{xx} + (0,116)\varepsilon_{yy} + (0,00083) \Rightarrow -(0,00095) = (0,366)\varepsilon_{yy} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{yy} = -(0,00259)}$$

$$\kappa' (0,8 \times 10^{-4}) = (0,5)\varepsilon_{xx} + (0,5)\varepsilon_{yy} - (0,433)\varepsilon_{xx} + (0,433)\varepsilon_{yy} + (0,933)\varepsilon_{xx} - (0,067)\varepsilon_{yy} - (0,00048) \Rightarrow (0,8 \times 10^{-4}) = \varepsilon_{xx} + (0,866)\varepsilon_{yy} - (0,00048) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (0,00056) = \varepsilon_{xx} - (0,00224) \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{xx} = (0,0028)}$$

$$\boxed{\varepsilon_{xy} = (0,0046118)}$$

$$[E] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix} \Rightarrow [E] = \begin{bmatrix} 0,0028 & 0,0046118 \\ 0,0046118 & -0,00259 \end{bmatrix}$$

$$\beta) \varepsilon_1 = \left(\frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \right) + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \right)^2 + (\varepsilon_{xy})^2} \Rightarrow \varepsilon_1 = (0,000105) +$$

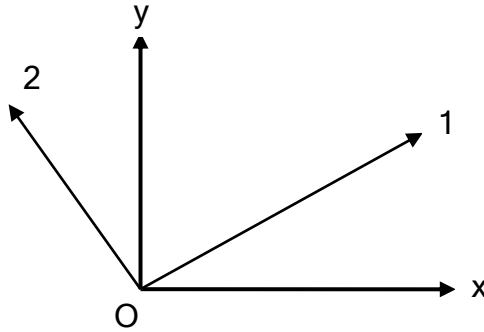
$$+ \sqrt{(0,000007263) + (0,0000212)} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_1 = (0,0054)}$$

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \right) - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \right)^2 + (\varepsilon_{xy})^2} \Rightarrow \varepsilon_2 = (0,000105) - (0,005295) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_2 = -(0,00519)}$$

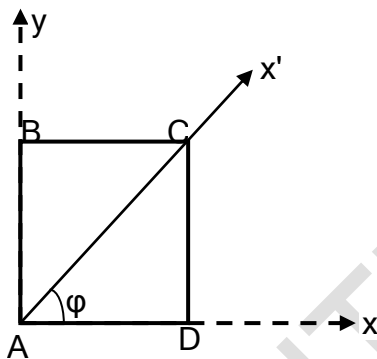
Διευθύνσεις $\varepsilon_1, \varepsilon_2$:

$$\tan(2\theta) = \frac{2\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}} = \frac{(0,0092236)}{(0,00539)} \Rightarrow \tan(2\theta) = 1,711 \Rightarrow 2\theta = (59,8) \Rightarrow \theta = 29,9^\circ$$



Θέμα 6° (18 – 6 – 2019)

α)



$$E = (87 \times 10^6) \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \tan \varphi = \frac{100 \text{ mm}}{75 \text{ mm}} = 1,33 \Rightarrow \varphi = 53,2^\circ$$

$$V = (0,34)$$

$$\text{Ισχύει: } \left. \begin{aligned} \varepsilon_{x'x'} &= \left(\frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \right) + \left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \right) \cos(2\varphi) + \varepsilon_{xy} \sin(2\varphi) \\ \sigma_{xy} &= 0 \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varepsilon_{xy} = 0$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{x'x'} = \left(\frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \right) + \left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \right) \cos(2\varphi) \Rightarrow$$

$$\{\varepsilon_{x'x'} = \frac{1}{2}(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) + \frac{1}{2}(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})(-0,28)\} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}(\sigma_{xx} - V(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})) \Rightarrow \varepsilon_{xx} = \frac{1}{(87 \times 10^6)}(160 \times 10^3 - 40,8 \times 10^3) \Rightarrow$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{(87000 \times 10^3)}(119,2 \times 10^3) \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{xx} = (0,0013)}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}(\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})) \Rightarrow \varepsilon_{yy} = \frac{1}{(87000 \times 10^3)}[(120 \times 10^3) - (54,4 \times 10^3)] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{yy} = \frac{1}{(87000 \times 10^3)}(63,6 \times 10^3) \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{yy} = (0,00073)}$$

$$\text{Από (1)} \Rightarrow \varepsilon_{x'x'} = (0,001) - (0,13943) \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{x'x'} = -(0,13843)}$$

$$\varepsilon_{x'x'} = \frac{\Delta \ell_{AC}}{\sqrt{(AD)^2 + (DC)^2}} \Rightarrow \Delta \ell_{AC} = -(0,13843)(0,125)\text{m} \Rightarrow \boxed{\Delta \ell_{AC} = -(0,00173)\text{m}}$$

β) Η ζητούμενη μεταβολή (λόγω μικρών παραμορφώσεων) είναι ίση με την μεταβολή $\gamma_{x'y'} = 2\varepsilon_{x'y'}$

$$\varepsilon_{x'y'} = -\left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2}\right)\sin(2\varphi) + \varepsilon_{xy}\cos(2\varphi) \Rightarrow \varepsilon_{x'y'} = -(0,000285)\sin(106,4)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{x'y'} = -(0,00027) \Rightarrow \boxed{\gamma_{x'y'} = -(0,00054)}$$

Θέμα 8° (18 – 6 – 2019)

α) $\tau_{xy} = 42 \text{ MPa} = \sigma_{xy}$
 $\sigma_{xx} = 16 \text{ MPa} / \sigma_{yy} = (98) \text{ MPa}$

$$\left\{ \sigma_{is} = \sqrt{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\sigma_{xy}^2)} \right\} (1)$$

Για καθεμία από τις διαφορετικές τιμές διατμητικής τάσης αντικαθιστούμε στη σχέση (1) και υπολογίζουμε τα σ_{is} . Αν $\sigma_{is} < \sigma_{\text{διαρ.}} = 210 \text{ MPa}$, τότε το υλικό δεν έχει διαρρεύσει. Διαφορετικά έχει διαρρεύσει.

Εάν δεν διαρρέει, τότε ο συντελεστής ασφαλείας K ισούται με:

$$\boxed{K = \frac{\sigma_{\text{διαρ.}}}{\sigma_{is}}}$$

Θέμα 4° (18 – 6 – 2019)

$$\alpha) \sigma_{x'y'} = -\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)\sin(2\varphi) + (\sigma_{xy})\cos(2\varphi)$$

$$\varphi = 75^\circ$$

$$\sigma_{xx} = +12 \text{ MPa} / \sigma_{yy} = 2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x'y'} = 0 \Rightarrow 0 = -5\sin(150^\circ) + (\sigma_{xy})\cos(150^\circ) \Rightarrow$$

$$\boxed{\sigma_{xy} = (-2,886) \text{ MPa}}$$

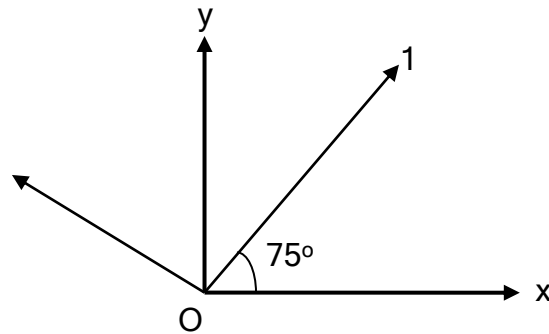
$$\Rightarrow (\sigma_{xy})\cos(150^\circ) = 5\sin(150^\circ) \Rightarrow \sigma_{xy} = 5\tan(150^\circ) \Rightarrow$$

$$\beta) \sigma_1 = \left(\frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + (\sigma_{xy})^2} \Rightarrow \sigma_1 = 7 + \sqrt{(25) + (-2,886)^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_1 = () \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 7 - \sqrt{(25) + (-2,886)^2} \Rightarrow \sigma_2 = () \text{ MPa}$$

Εφόσον στο προηγούμενο σύστημα αξόνων ισχύει: $\sigma_{x'y'} = 0$, τότε η διεύθυνση του κύριου συστήματος αξόνων είναι $+75^\circ$.



Θέμα 7^ο (18 – 6 – 2019)

$$\beta = 30^\circ$$

$$R = \frac{D}{2} = (300) \text{ mm} \Rightarrow R = (0,3) \text{ m}$$

$$t = (0,008) \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_x = \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{R}{t}\right) p \\ \sigma_r = 2\sigma_x \end{array} \right\} \Rightarrow \sigma_x = (18,75p) \text{ και } \sigma_t = (37,5p)$$

$$\sigma_{tt'} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_t}{2}\right) - \left(\frac{\sigma_x - \sigma_t}{2}\right) \cos(60^\circ) - (\cancel{\sigma_{xt}})^{=0} \sin(60^\circ) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sigma_{tt'} = (28,125p) + (4,688p) \\ \sigma_{tt'} = \sigma_{\varepsilon\pi} = (75 \text{ MPa}) \end{array} \right\} \Rightarrow p_{\max} = (2,286) \text{ MPa}$$